Algo de lógica de proposiciones

Una proposición es una frase (enunciado) cuya verdad o falsedad puede ser probada. Una proposición puede ser verdadera o falsa, V o F.
Por ejemplo: "Juan mide más de 170 cm"; "Está lloviendo".
No son proposiciones, por ejemplo, "Juan, márchate"; "Ojalá llueva mañana"

Proposiciones equivalentes. Dos proposiciones son equivalentes cuando en todos los casos toman los mismos valores lógicos. Por ejemplo: "Soy madre" es equivalente a ""Soy mujer y tengo un hijo".
En matemáticas, la equivalencia suele ir ligada a los signos = y $\Leftrightarrow$.

Negación de una proposición. Si p es una proposición, su negación "no p", puede denotarse por $-p$. Los valores lógicos de $-p$ son los contrarios de los de p. Esto es, si p es V, $-p$ es F; y si p es F, $-p$ es V.

En matemáticas, negar una proposición no es decir lo contrario. Por ejemplo, negar la proposición "todos los alumnos miden más de 170 cm" no es decir: "todos los alumnos miden menos de 170 cm; sería decir: "algún alumno mide menos de 170 cm"

Ejemplos:
a) La negación de $x > 3$ es $x \leq 3$.
b) La negación de "todo número impar es primo " es "existe algún número impar que no es primo".

Conjunción de dos proposiciones. Si p y q son proposiciones, la conjunción de p y q, "$p \wedge q$" o "p y q", es verdadera sólo cuando ambas lo son. Podría decirse así: $p \wedge q$, es verdadera sí, y sólo sí, p y q son verdaderas.
La conjunción está ligada a la intersección de conjuntos.

Ejemplo:
a) La conjunción de $x \leq 5$ y $x > 3$ es $3 \leq x < 5$.
b) Si $p \equiv$ "palabras que empiezan por p" y $q \equiv$ "palabras que terminan en a", p y $q \equiv$ "palabras que empiezan por p y terminan por a". Algunas de esas palabras son: pesa, paloma, persiana.

Disyunción de dos proposiciones. Si p y q son proposiciones, la disyunción de p y q, "$p \vee q$" o "p o q", es verdadera cuando alguna de las dos proposiciones p o q es verdadera.
"p o q" significa "p o q o ambas"
La disyunción está ligada a la unión de conjuntos.

Ejemplos:
a) Si $p \equiv$ "números naturales múltiplos de 3" y $q \equiv$ "números que terminan en 5", la disyunción "p o q" $\equiv$ "los números naturales que son múltiplos de 3 o que terminan en 5". Algunos de ellos son: 3, 5, 6, ..., 24, 25,…

b) Si $p \equiv$ "palabras que empiezan por p" y $q \equiv$ "palabras que terminan en a", p o $q \equiv$ "palabras que empiezan por p o terminan por a". Algunas de esas palabras son: pesa, mesa, palo, paloma, isla…

Conector condicional: "p implica q" o "$p \to q$"; "si p entonces q"

Tabla de verdad		
p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

En matemáticas, se llama *implicación* a toda condicional $p \to q$ verdadera, en la que p se supone verdadera: es una relación de causa–efecto entre p y q. (Secuencia V, V, V de la tabla). Se expresa $p \Rightarrow q$. La premisa (proposición p) se le llama hipótesis. La conclusión (proposición q) se llama tesis.
La implicación $p \Rightarrow q$ se lee *p implica q*, y significa que p es *condición suficiente* para q.
En matemáticas, los términos implicación y *teorema* suelen considerarse equivalente.

Ejemplo:
Si n es múltiplo de 6 entonces es n es múltiplo de 3.
"Si un triángulo es equilátero, entonces sus ángulos suman 180º" no es una implicación, ya que "los ángulos de un triángulo suman 180º" para cualquier triángulo.

Conector bicondicional: "p es equivalente a q" o "$p \leftrightarrow q$"; "p sí y sólo q"

Tabla de verdad		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Si $p \Rightarrow q$ y $q \Rightarrow p$, se escribe $p \Leftrightarrow q$ y lee *p es equivalente a q*, y significa que p es *condición necesaria y suficiente* para q o que "p sí y sólo q"

Ejemplos finales:
1. Sea A una matriz en la que figura un parámetro m. De esa matriz sabemos, haciendo los cálculos pertinentes, que no tiene inversa cuando $m = 1$ o $m = 3$. Con esto, indica la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Para $m \in \mathbf{R}$, la matriz A admite inversa:

a) Si $m = 3$
b) Para todo $m > 3$
c) Para todo $m < 3$.
d) Si $m \neq 3$
e) Si $m \neq 1$
f) Si $m \in (1, 3)$

V: b) y f)

2. La proposición $x^2 > x$ es verdadera para $x = 1,2$; es falsa, para $x = 0,8$. Cuando se propone resolver la inecuación $x^2 > x$ se está pidiendo encontrar todos los valores de x para los que esa proposición es verdadera.

Referencias: "Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real", Ed THOMSON, Madrid, 2003. F. Galindo y otros.
"Álgebra lineal", McGarw–Hill, Madrid, 1993. J. de Burgos.